Exámenes de Selectividad

Física. Andalucía 2023, Extraordinaria

mentoor.es

Pregunta A. Opción 1. Campo Gravitatorio

a) Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. La velocidad de escape desde la órbita es la cuarta parte de la velocidad de escape desde la superficie terrestre.

i. Deduzca la relación que existe entre el radio de la órbita y el radio terrestre.

ii. Determine la relación entre la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre y en la órbita del satélite.

b) Un planeta tiene un radio de 5000 km y la gravedad en su superficie es $8,2\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. Este planeta orbita en torno a una estrella que tiene una masa de $8\cdot 10^{31}$ kg. Determine:

i. la masa del planeta.

ii. la velocidad de escape desde su superficie.

iii. el radio de la órbita en la que la energía mecánica del planeta tiene un valor de $-8,15\cdot 10^{33}$ J.

Dato: $G = 6,67\cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$

Solución:

a) Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. La velocidad de escape desde la órbita es la cuarta parte de la velocidad de escape desde la superficie terrestre.

i. Deduzca la relación que existe entre el radio de la órbita y el radio terrestre.

La velocidad de escape desde una distancia r al centro de la Tierra es:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M_T}{r}},$$

Donde:

* v_{escape} es la velocidad de escape,
* G es la constante de gravitación universal,
* M_T es la masa de la Tierra,
* r es la distancia desde el centro de la Tierra.

Según el enunciado:

$$v_{\text{escape, órbita}} = \frac{1}{4}\, v_{\text{escape, superficie}}.$$

Sustituimos las expresiones de las velocidades de escape:

$$\sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M_T}{R}} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{2\cdot G\cdot M_T}{R_T}}.$$

Elevando al cuadrado ambos miembros:

$$\frac{2\cdot G\cdot M_T}{R} = \frac{1}{16}\cdot\frac{2\cdot G\cdot M_T}{R_T}.$$

Simplificando:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{16}\cdot\frac{1}{R_T}.$$

Despejando R:

$$R = 16\cdot R_T.$$

Por lo tanto, el radio de la órbita es 16 veces el radio terrestre: $R = 16\cdot R_T$.

ii. Determine la relación entre la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre y en la órbita del satélite.

La aceleración de la gravedad en la superficie terrestre es:

$$g_T = \frac{G \cdot M_T}{R_T^2}.$$

La aceleración de la gravedad en la órbita es:

$$g = \frac{G \cdot M_T}{R^2}.$$

La relación entre ambas aceleraciones es:

$$\frac{g_T}{g} = \frac{\frac{G \cdot M_T}{R_T^2}}{\frac{G \cdot M_T}{R^2}} = \left(\frac{R}{R_T}\right)^2.$$

Como $R = 16 \cdot R_T$:

$$\frac{g_T}{g} = \left(\frac{16 \cdot R_T}{R_T}\right)^2 = 16^2 = 256.$$

Entonces,

$$g = \frac{g_T}{256}.$$

Por lo tanto, la aceleración de la gravedad en la órbita es 256 veces menor que en la superficie terrestre.

b) **Un planeta tiene un radio de 5000 km y la gravedad en su superficie es $8,2\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. Este planeta orbita en torno a una estrella que tiene una masa de $8 \cdot 10^{31}$ kg. Determine:**
i. la masa del planeta.

La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta es:

$$g_p = \frac{G \cdot M_p}{R_p^2}.$$

Despejando M_p:

$$M_p = \frac{g_p \cdot R_p^2}{G}.$$

Convertimos el radio a metros:

$$R_p = 5000\,\mathrm{km} = 5 \cdot 10^6\,\mathrm{m}.$$

Sustituimos los valores:

$$M_p = \frac{8{,}2\,\mathrm{m/s^2} \cdot (5 \cdot 10^6\,\mathrm{m})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}} = 3{,}075 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}.$$

Por lo tanto, la masa del planeta es $3{,}075 \cdot 10^{24}$ kg.

ii. la velocidad de escape desde su superficie.

La velocidad de escape es:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_p}{R_p}}.$$

Sustituimos los valores:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2} \cdot 3{,}075 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{5 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m}}} = 9050{,}28\,\mathrm{m/s}.$$

Por lo tanto, la velocidad de escape desde la superficie del planeta es 9050,28 m/s.

iii. el radio de la órbita en la que la energía mecánica del planeta tiene un valor de $-8,15 \cdot 10^{33}$ J.

La energía mecánica en una órbita es:

$$E_{\text{mec}} = -\frac{G \cdot M_s \cdot M_p}{2 \cdot R}.$$

Despejamos R:

$$R = -\frac{G \cdot M_s \cdot M_p}{2 \cdot E_{\text{mec}}}.$$

Sustituimos los valores:

$$R = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2} \cdot 8 \cdot 10^{31}\,\mathrm{kg} \cdot 3{,}075 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{2 \cdot (-8{,}15 \cdot 10^{33}\,\mathrm{J})} = 1{,}006 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, el radio de la órbita es $1{,}006 \cdot 10^{12}$ m.

Pregunta A. Opción 2. Campo Gravitatorio

a) **Una masa puntual m se encuentra en las inmediaciones de otra masa puntual M. Razone cómo se modifica la energía potencial gravitatoria cuando:**
   i. **las dos masas se acercan.**
   ii. **aumenta el valor de la masa m.**

b) **Dos masas de 5 kg se encuentran en los puntos $A(0,2)$ y $B(2,0)$ m. Determine razonadamente:**
   i. **el valor de la intensidad del campo gravitatorio en el punto $C(0,0)$ m.**
   ii. **el potencial gravitatorio en el mismo punto.**
   iii. **el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para desplazar una masa de 3 kg desde C hasta el punto $D(2,2)$ m. Justifique el resultado obtenido.**

   Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$

Solución:

a) **Una masa puntual m se encuentra en las inmediaciones de otra masa puntual M. Razone cómo se modifica la energía potencial gravitatoria cuando:**
   i. **las dos masas se acercan.**

La energía potencial gravitatoria entre dos masas puntuales viene dada por:

$$E_{\mathrm{p,g}} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{R},$$

donde:
* G es la constante de gravitación universal,
* M y m son las masas,
* R es la distancia entre las masas.

Al acercarse las masas, R disminuye, por lo que el denominador se hace más pequeño y el valor absoluto de $E_{\mathrm{p,g}}$ aumenta. Sin embargo, como la energía potencial gravitatoria es negativa, esto significa que $E_{\mathrm{p,g}}$ se vuelve más negativa.

Por lo tanto, al acercarse las masas, la energía potencial gravitatoria disminuye (se hace más negativa).

   ii. **aumenta el valor de la masa m.**

Si aumentamos la masa m, el producto $M \cdot m$ aumenta, por lo que la energía potencial gravitatoria:

$$E_{\mathrm{p,g}} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{R},$$

se hace más negativa.

Por lo tanto, al aumentar la masa m, la energía potencial gravitatoria disminuye (se hace más negativa).

b) **Dos masas de 5 kg se encuentran en los puntos $A(0,2)$ y $B(2,0)$ m. Determine razonadamente:**
   i. **el valor de la intensidad del campo gravitatorio en el punto $C(0,0)$ m.**

Utilizamos el principio de superposición para calcular el campo gravitatorio total en C:

$$\vec{g}(C) = \vec{g}_A(C) + \vec{g}_B(C).$$

La distancia de A a C es $r_A = 2$ m. Entonces,

$$g_A = G \cdot \frac{m}{r_A^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2} \cdot \frac{5\,\mathrm{kg}}{(2\,\mathrm{m})^2} = 8{,}34 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m/s^2}.$$

La dirección de $\vec{g}_A(C)$ es desde C hacia A, es decir, en el eje y positivo. Por otro lado, la distancia de B a C es $r_B = 2$ m. Entonces,

$$g_B = G \cdot \frac{m}{r_B^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{(2)^2} = 8{,}34 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m/s^2}.$$

La dirección de $\vec{g}_B(C)$ es desde C hacia B, es decir, en el eje x positivo. El campo gravitatorio total en C es:

$$\vec{g}(C) = g_B\,\vec{\imath} + g_A\,\vec{\jmath} = 8{,}34 \cdot 10^{-11}\,\vec{\imath} + 8{,}34 \cdot 10^{-11}\,\vec{\jmath}\,\mathrm{m/s^2}.$$

Por lo tanto, la intensidad del campo gravitatorio en C es $\vec{g}(C) = 8{,}34 \cdot 10^{-11}\,\vec{\imath} + 8{,}34 \cdot 10^{-11}\,\vec{\jmath}\,\mathrm{m/s^2}$.

ii. el potencial gravitatorio en el mismo punto.

El potencial gravitatorio es un escalar y se puede sumar directamente:

$$V(C) = V_A(C) + V_B(C),$$

donde:

$$V_A(C) = -G \cdot \frac{m}{r_A} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{2} = -1{,}6675 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/kg},$$
$$V_B(C) = -G \cdot \frac{m}{r_B} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{2} = -1{,}6675 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/kg}.$$

Entonces,

$$V(C) = V_A(C) + V_B(C) = -1{,}6675 \cdot 10^{-10} + (-1{,}6675 \cdot 10^{-10}) = -3{,}335 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/kg}.$$

Por lo tanto, el potencial gravitatorio en C es $V(C) = -3{,}335 \cdot 10^{-10}$ J/kg.

iii. el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para desplazar una masa de 3 kg desde C hasta el punto $D(2,2)$ m. Justifique el resultado obtenido.

El trabajo realizado por las fuerzas gravitatorias es:

$$W = -\Delta E_{\mathrm{p,g}} = -m\,(V(D) - V(C)) = -m\Delta V.$$

Calculamos el potencial en D:

$$r_{AD} = \sqrt{(2-0)^2 + (2-2)^2} = 2\,\mathrm{m},$$
$$V_A(D) = -G \cdot \frac{m}{r_{AD}} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{2} = -1{,}6675 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/kg},$$
$$r_{BD} = \sqrt{(2-2)^2 + (2-0)^2} = 2\,\mathrm{m},$$
$$V_B(D) = -G \cdot \frac{m}{r_{BD}} = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{2} = -1{,}6675 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/kg}.$$

Entonces,

$$V(D) = V_A(D) + V_B(D) = -1{,}6675 \cdot 10^{-10} + (-1{,}6675 \cdot 10^{-10}) = -3{,}335 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J/kg}.$$

Como $V(D) = V(C)$, entonces $\Delta V = 0$ y:

$$W = -m\Delta V = -3\,\text{kg} \cdot 0 = 0.$$

Se puede comprobar que los puntos C y D están en una superficie equipotencial, por lo que no se realiza trabajo al mover una masa entre ellos en ausencia de otras fuerzas.

Por lo tanto, el trabajo realizado es cero porque $V(D) = V(C)$ y no hay cambio en la energía potencial gravitatoria.

Pregunta B. Opción 1. Campo Electromagnético

a) **Una carga q positiva está separada una distancia d de otra carga Q.**
   i. **Razone, ayudándose de un esquema, cuál debe ser el signo de Q para que el campo eléctrico se anule en algún punto del segmento que las une.**
   ii. **Razone cuál debe ser el signo de Q para que se anule el potencial eléctrico en algún punto del segmento que las une.**

b) **Una carga Q situada en el origen de coordenadas crea un potencial de 3000 V en el punto A(5,0) m.**
   i. **Determine el valor de la carga Q.**
   ii. **Si se sitúa una segunda carga de $2 \cdot 10^{-5}$ C en el punto A, calcule la variación de la energía potencial eléctrica y de la energía cinética de dicha carga cuando se desplaza al punto B(10,0) m.**

Dato: $K = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$

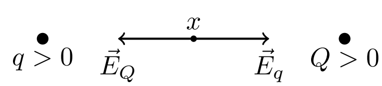
Solución:

a) **Una carga q positiva está separada una distancia d de otra carga Q.**
   i. **Razone, ayudándose de un esquema, cuál debe ser el signo de Q para que el campo eléctrico se anule en algún punto del segmento que las une.**

Queremos que el campo eléctrico total en algún punto x entre las cargas sea cero:

$$E(x) = E_q(x) + E_Q(x) = 0.$$

Esto implica que los campos eléctricos debidos a cada carga deben tener sentidos opuestos en ese punto. Dado que la carga q es positiva, su campo eléctrico apunta radialmente hacia afuera (alejándose de q). Para que el campo eléctrico de Q se oponga al de q en el segmento que las une, el campo eléctrico de Q debe apuntar en sentido contrario al de q en ese segmento. Por lo tanto, Q debe ser positiva, ya que las cargas positivas generan campos eléctricos salientes:



Por lo tanto, Q debe ser positiva para que el campo eléctrico se anule en algún punto entre las cargas.

   ii. **Razone cuál debe ser el signo de Q para que se anule el potencial eléctrico en algún punto del segmento que las une.**

Queremos que el potencial eléctrico total en algún punto x entre las cargas sea cero:

$$V(x) = V_q(x) + V_Q(x) = 0.$$

Dado que $q > 0$, el potencial debido a q es positivo:

$$V_q(x) = K \cdot \frac{q}{r_q} > 0.$$

Para que la suma de los potenciales sea cero, el potencial debido a Q debe ser negativo en ese punto, lo que implica que Q debe ser negativa, ya que el potencial de una carga puntual es:

$$V_Q(x) = K \cdot \frac{Q}{r_Q}.$$

Si $Q < 0$, entonces $V_Q(x) < 0$.

Por lo tanto, Q debe ser negativa para que el potencial eléctrico se anule en algún punto entre las cargas.

b) **Una carga Q situada en el origen de coordenadas crea un potencial de 3000 V en el punto A(5,0) m.**

i. **Determine el valor de la carga Q.**

El potencial creado por una carga puntual es:

$$V = K \cdot \frac{Q}{r}.$$

Despejamos Q:

$$Q = \frac{V \cdot r}{K}.$$

Sustituimos los valores:

$$Q = \frac{3000\,\mathrm{V} \cdot 5\,\mathrm{m}}{9 \cdot 10^9\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{C}^{-2}} = 1{,}67 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}.$$

Por lo tanto, el valor de la carga Q es $1{,}67 \cdot 10^{-6}$ C.

ii. **Si se sitúa una segunda carga de $2 \cdot 10^{-5}$ C en el punto A, calcule la variación de la energía potencial eléctrica y de la energía cinética de dicha carga cuando se desplaza al punto B(10,0) m.**

La variación de la energía potencial eléctrica es:

$$\Delta E_{\mathrm{pe}} = E_{\mathrm{pe,B}} - E_{\mathrm{pe,A}} = q\left(V_B - V_A\right).$$

Calculamos los potenciales en A y B:

$$V_A = K \cdot \frac{Q}{r_A} = 9 \cdot 10^9\,\frac{1{,}67 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}}{5\,\mathrm{m}} = 3000\,\mathrm{V},$$

$$V_B = K \cdot \frac{Q}{r_B} = 9 \cdot 10^9\,\frac{1{,}67 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}}{10\,\mathrm{m}} = 1500\,\mathrm{V}.$$

Entonces,

$$\Delta E_{\mathrm{pe}} = \left(2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{C}\right) \cdot (1500\,\mathrm{V} - 3000\,\mathrm{V}) = -0{,}03\,\mathrm{J}.$$

Por el principio de conservación de la energía mecánica, en ausencia de fuerzas no conservativas:

$$\Delta E_{\mathrm{mec}} = \Delta E_{\mathrm{c}} + \Delta E_{\mathrm{pe}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta E_{\mathrm{c}} = -\Delta E_{\mathrm{pe}} = 0{,}03\,\mathrm{J}.$$

Por lo tanto, la variación de energía potencial es $-0{,}03$ J y la variación de energía cinética es $+0{,}03$ J.

Pregunta B. Opción 2. Campo Electromagnético

a) **i. Defina el concepto de flujo magnético e indique sus unidades en el S.I.**
ii. Una espira conductora plana se sitúa en el seno de un campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0\,\vec{k}$. Represente gráficamente y explique para qué orientaciones de la espira el flujo magnético a través de ella es máximo y nulo.

b) **Una espira rectangular de lados 10 y 15 cm se encuentra situada en el plano XY dentro de un campo magnético variable con el tiempo $\vec{B}(t) = 2t^3\,\vec{k}$ T (t en segundos).**
i. Calcule el flujo magnético en $t = 2$ s.
ii. Determine la fuerza electromotriz inducida en $t = 2$ s.
iii. Razone el sentido de la corriente inducida con la ayuda de un esquema.

Solución:

a) **i. Defina el concepto de flujo magnético e indique sus unidades en el S.I.**

El flujo magnético a través de una superficie es una medida de la cantidad de campo magnético que atraviesa dicha superficie. Se define como

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S},$$

donde:
* $\vec{B}$ es el vector inducción magnética (campo magnético),
* $d\vec{S}$ es el vector diferencial de superficie, normal a la superficie y de módulo igual al área diferencial,
* el producto $\vec{B} \cdot d\vec{S}$ es el producto escalar entre el campo magnético y el vector superficie.

Las unidades del flujo magnético en el Sistema Internacional (S.I.) son Weber (Wb).

Por lo tanto, el flujo magnético mide la cantidad de campo magnético que atraviesa una superficie y sus unidades en el S.I. son Weber (Wb).

ii. Una espira conductora plana se sitúa en el seno de un campo magnético uniforme $\vec{B} = B_0\,\vec{k}$. Represente gráficamente y explique para qué orientaciones de la espira el flujo magnético a través de ella es máximo y nulo.

El flujo magnético es máximo cuando el campo magnético es perpendicular a la superficie de la espira, es decir, cuando el ángulo θ entre $\vec{B}$ y el vector normal $\vec{n}$ a la superficie es 0°:

$$\Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_0 S \cos\theta.$$

Flujo máximo ($\theta = 0°$):

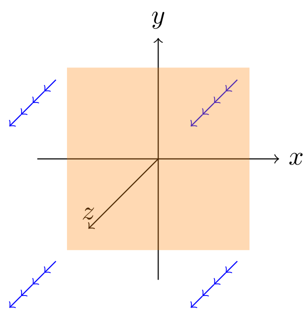
$$\Phi_{\text{máx}} = B_0 S \cos 0° = B_0 S.$$

Flujo nulo ($\theta = 90°$):

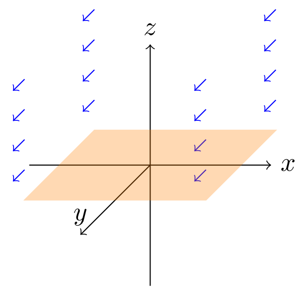
$$\Phi = B_0 S \cos 90° = 0,$$

es decir, cuando el campo magnético es paralelo al plano de la espira, no hay flujo magnético atravesando la superficie.

Por lo tanto, el flujo magnético es máximo cuando el plano de la espira es perpendicular al campo magnético ($\theta = 0°$) y es nulo cuando es paralelo al campo ($\theta = 90°$).



Flujo máximo ($\theta = 0°$)



Flujo nulo ($\theta = 90°$)

b) Una espira rectangular de lados 10 y 15 cm se encuentra situada en el plano XY dentro de un campo magnético variable con el tiempo $\vec{B}(t) = 2t^3\,\vec{k}$ T (t en segundos).

i. Calcule el flujo magnético en $t = 2$ s.

El flujo magnético a través de la espira en función del tiempo es:

$$\Phi(t) = \int \vec{B}(t) \cdot d\vec{S} = B(t) \cdot S\cos\theta.$$

Dado que $\vec{B}(t)$ y el vector superficie $\vec{S}$ son paralelos ($\theta = 0°$), entonces $\cos\theta = 1$:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot S.$$

El área de la espira es:

$$S = (0{,}10\,\text{m}) \cdot (0{,}15\,\text{m}) = 0{,}015\,\text{m}^2.$$

Calculamos el flujo en $t = 2\,\text{s}$:

$$\Phi(2) = B(2) \cdot S = 2 \cdot (2)^3 \cdot 0{,}015 = 2 \cdot 8 \cdot 0{,}015 = 0{,}24\,\text{Wb}.$$

Por lo tanto, el flujo magnético en $t = 2$ s es $0{,}24\,\text{Wb}$.

ii. Determine la fuerza electromotriz inducida en $t = 2$ s.

La fuerza electromotriz inducida se calcula mediante la ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Calculamos la derivada del flujo:

$$\Phi(t) = B(t) \cdot S = 2t^3 \cdot S \quad \Rightarrow \quad \frac{d\Phi}{dt} = 6t^2 \cdot S.$$

Entonces, la fuerza electromotriz inducida es:

$$\mathcal{E} = -6t^2 \cdot S.$$

Para $t = 2\,\text{s}$:

$$\mathcal{E} = -6 \cdot (2)^2 \cdot 0{,}015 = -6 \cdot 4 \cdot 0{,}015 = -0{,}36\,\text{V}.$$

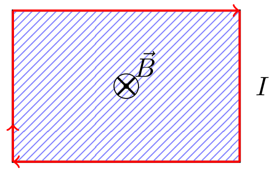
Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida en $t = 2$ s es $-0{,}36\,\text{V}$.

iii. Razone el sentido de la corriente inducida con la ayuda de un esquema.

Dado que el campo magnético $\vec{B}(t) = 2t^3\,\vec{k}$ está aumentando con el tiempo (ya que su magnitud aumenta con t^3), el flujo magnético a través de la espira está aumentando en dirección $\vec{k}$ (saliente del plano XY).

Según la ley de Lenz, la corriente inducida generará un campo magnético que se oponga al cambio de flujo. Por lo tanto, la corriente inducida debe generar un campo magnético $\vec{B}_{\text{ind}}$ en dirección opuesta a $\vec{B}(t)$, es decir, entrando en el plano XY ($-\vec{k}$).

Aplicando la regla de la mano derecha, para que el campo magnético inducido sea hacia $-\vec{k}$, la corriente inducida debe circular en sentido horario cuando se mira desde arriba:



Por lo tanto, el sentido de la corriente inducida es horario para oponerse al incremento del flujo magnético saliente.

Pregunta C. Opción 1. Ondas

a) Un rayo de luz pasa del aire a otro medio con un índice de refracción mayor. Razone cómo cambian el ángulo con la normal, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

b) Un haz de luz con una longitud de onda de $5,5 \cdot 10^{-7}$ m que se propaga a través del aire incide sobre la superficie de un material transparente. El haz incidente forma un ángulo de 40º con la normal, mientras que el haz refractado forma un ángulo de 26º con la normal.

i. Realice un esquema con la trayectoria de los rayos y calcule el índice de refracción del material.

ii. Determine razonadamente su longitud de onda en el interior del mismo.

Dato: $n_{aire} = 1$; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Solución:

a) Un rayo de luz pasa del aire a otro medio con un índice de refracción mayor. Razone cómo cambian el ángulo con la normal, la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

Al pasar de un medio con índice de refracción menor (aire, $n_1 = 1$) a otro con índice de refracción mayor ($n_2 > n_1$), ocurren los siguientes cambios:

- Velocidad de propagación (v): La velocidad de la luz disminuye en el medio de mayor índice de refracción, ya que:

$$v = \frac{c}{n} \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{c}{n_2} < v_1 = \frac{c}{n_1}.$$

- Frecuencia (f): La frecuencia de la luz no cambia al pasar de un medio a otro, es decir, $f_2 = f_1$, porque depende únicamente de la fuente emisora.
- Longitud de onda (λ): La longitud de onda disminuye en el medio de mayor índice de refracción, dado que:

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad \Rightarrow \quad \lambda_2 = \frac{v_2}{f} < \lambda_1 = \frac{v_1}{f}.$$

- Ángulo con la normal (θ): Según la Ley de Snell:

$$n_1 \cdot \sin\theta_1 = n_2 \cdot \sin\theta_2.$$

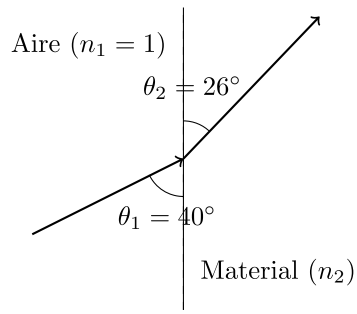
Como $n_2 > n_1$, se tiene que $\sin\theta_2 < \sin\theta_1$, por lo que $\theta_2 < \theta_1$. Es decir, el rayo se acerca a la normal al entrar en el medio.

Por lo tanto, al entrar en un medio de mayor índice de refracción, la velocidad y la longitud de onda disminuyen, la frecuencia permanece constante y el rayo se acerca a la normal (disminuye el ángulo con la normal).

b) Un haz de luz con una longitud de onda de $5,5 \cdot 10^{-7}$ m que se propaga a través del aire incide sobre la superficie de un material transparente. El haz incidente forma un ángulo de 40º con la normal, mientras que el haz refractado forma un ángulo de 26º con la normal.

i. Realice un esquema con la trayectoria de los rayos y calcule el índice de refracción del material.

El esquema pedido es:



Aplicamos la ley de Snell:

$$n_1 \cdot \sin\theta_1 = n_2 \cdot \sin\theta_2.$$

Dado que $n_1 = 1$, $\theta_1 = 40°$ y $\theta_2 = 26°$, despejamos n_2:

$$n_2 = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\sin 40°}{\sin 26°}.$$

Calculamos:

$$n_2 = \frac{\sin 40°}{\sin 26°} = \frac{0{,}6428}{0{,}4384} = 1{,}466.$$

Por lo tanto, el índice de refracción del material es $\boldsymbol{n_2 = 1{,}466}$.

ii. Determine razonadamente su longitud de onda en el interior del mismo.

La frecuencia de la luz permanece constante al cambiar de medio:

$$f = \frac{c}{\lambda_{\text{aire}}} = \frac{3 \cdot 10^8\,\text{m/s}}{5{,}5 \cdot 10^{-7}\,\text{m}} = 5{,}45 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}.$$

La velocidad de la luz en el material es:

$$v = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8\,\text{m/s}}{1{,}466} = 2{,}046 \cdot 10^8\,\text{m/s}.$$

Entonces, la longitud de onda en el material es:

$$\lambda_{\text{material}} = \frac{v}{f} = \frac{2{,}046 \cdot 10^8\,\text{m/s}}{5{,}45 \cdot 10^{14}\,\text{Hz}} = 3{,}75 \cdot 10^{-7}\,\text{m}.$$

Por lo tanto, la longitud de onda en el material es $\mathbf{3{,}75 \cdot 10^{-7}}$ m.

Pregunta C. Opción 2. Óptica

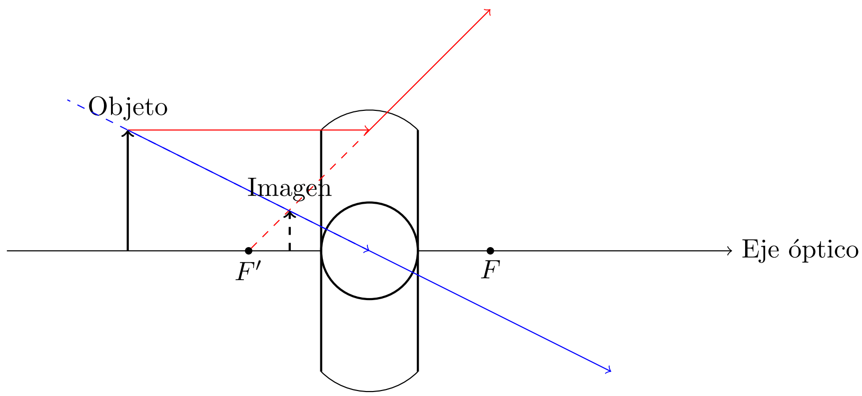
a) **i. Realice el trazado de rayos para un objeto situado a la izquierda del foco imagen de una lente delgada divergente.**
ii. Justifique las características de la imagen formada.

b) **Una lente delgada convergente, de 10 cm de distancia focal, forma una imagen de 4 cm de altura situada 10 cm a la izquierda de la lente.**
i. Calcule la posición y el tamaño del objeto, indicando el criterio de signos aplicado.
ii. Realice el trazado de rayos e indique las características de la imagen.

Solución:

a) **i. Realice el trazado de rayos para un objeto situado a la izquierda del foco imagen de una lente delgada divergente.**

Construcción del diagrama de rayos:



Por lo tanto, se obtiene el diagrama de rayos para un objeto situado a la izquierda del foco imagen de una lente divergente.

ii. Justifique las características de la imagen formada.

La imagen formada por una lente divergente en este caso es:
- ∗ Virtual: porque se forma por la intersección de las prolongaciones de los rayos divergentes.
- ∗ Derecha: ya que la imagen no está invertida respecto al objeto.
- ∗ De menor tamaño: la imagen es más pequeña que el objeto.
- ∗ Ubicada entre la lente y el foco imagen: se encuentra en el mismo lado que el objeto, entre la lente y el foco.

Por lo tanto, la imagen es virtual, derecha y de menor tamaño, ubicada entre la lente y el foco imagen.

b) **Una lente delgada convergente, de 10 cm de distancia focal, forma una imagen de 4 cm de altura situada 10 cm a la izquierda de la lente.**
i. Calcule la posición y el tamaño del objeto, indicando el criterio de signos aplicado.

Tenemos que:

$$f' = +10\,\text{cm}, \quad s' = -10\,\text{cm (imagen a la izquierda)}, \quad y' = +4\,\text{cm}.$$

Aplicamos la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s}.$$

Despejamos s:

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f'} = \frac{1}{-10} - \frac{1}{10} = -\frac{2}{10} = -\frac{1}{5} \quad \Rightarrow \quad s = -5\,\text{cm}.$$

Calculamos la altura del objeto utilizando el aumento lateral:

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}.$$

Despejamos y:

$$y = \frac{y'}{m}.$$

Calculamos el aumento:

$$m = \frac{s'}{s} = \frac{-10}{-5} = 2.$$

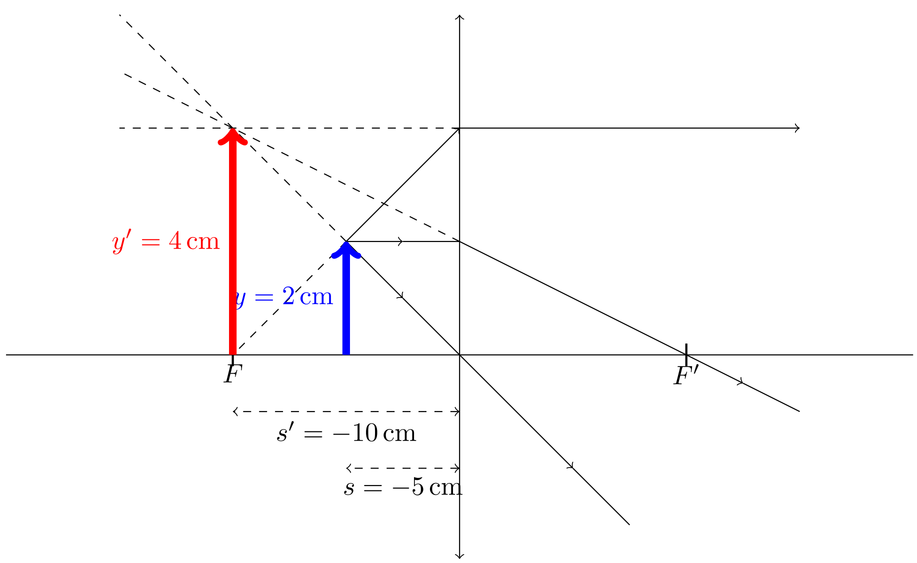
Entonces,

$$y = \frac{y'}{m} = \frac{4\,\text{cm}}{2} = 2\,\text{cm}.$$

Por lo tanto, el objeto está ubicado a 5 cm a la izquierda de la lente y tiene una altura de 2 cm.

ii. Realice el trazado de rayos e indique las características de la imagen.

Construcción del diagrama de rayos:



Por lo tanto, la imagen es virtual, derecha y de mayor tamaño, ubicada a 10 cm a la izquierda de la lente.

Pregunta D. Opción 1. Física Moderna

a) **Se tienen dos muestras radiactivas de dos elementos diferentes, ambas con el mismo número inicial de núcleos. La constante radiactiva de un elemento es el doble que la del otro.**
   i. **Deduzca cómo cambia con el tiempo la relación entre el número de núcleos de las dos muestras.**
   ii. **Determine cómo varía con el tiempo la relación entre las actividades de las dos muestras.**

b) **El tritio, con un periodo de semidesintegración de 12,33 años, se puede usar para analizar la antigüedad de vinos, ya que estos contienen agua. En el año 2023 se toma una muestra del vino hallado en una antigua bodega y se obtiene que la actividad de la muestra es $1,24 \cdot 10^{-3}$ veces la inicial.**
   i. **Calcule la constante radiactiva del tritio.**
   ii. **Determine el tiempo que ha estado embotellado el vino.**
   iii. **Justifique si es compatible de la datación radiactiva con la suposición de que el vino fue embotellado entre los años 1900 y 1935.**

Solución:

a) **Se tienen dos muestras radiactivas de dos elementos diferentes, ambas con el mismo número inicial de núcleos. La constante radiactiva de un elemento es el doble que la del otro.**
   i. **Deduzca cómo cambia con el tiempo la relación entre el número de núcleos de las dos muestras.**

   Sea $N_{01} = N_{02} = N_0$ el número inicial de núcleos en ambas muestras. Las constantes radiactivas son λ_1 y λ_2, con $\lambda_1 = 2\lambda_2$. El número de núcleos en cada muestra después de un tiempo t es:

   $$N_1 = N_0 \cdot e^{-\lambda_1 t}, \quad N_2 = N_0 \cdot e^{-\lambda_2 t}.$$

   La relación entre los números de núcleos es:

   $$\frac{N_1}{N_2} = \frac{N_0 \cdot e^{-\lambda_1 t}}{N_0 \cdot e^{-\lambda_2 t}} = e^{-\lambda_1 t + \lambda_2 t} = e^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t}.$$

   Como $\lambda_1 = 2\lambda_2$, entonces $\lambda_1 - \lambda_2 = \lambda_2$:

   $$\frac{N_1}{N_2} = e^{-\lambda_2 t}.$$

   Por lo tanto, la relación entre los números de núcleos es $\boldsymbol{\frac{N_1}{N_2} = e^{-\lambda_2 t}}$.

   ii. **Determine cómo varía con el tiempo la relación entre las actividades de las dos muestras.**

   La actividad de cada muestra es:

   $$A_1 = \lambda_1 N_1, \quad A_2 = \lambda_2 N_2.$$

   La relación entre las actividades es:

   $$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2 N_2}.$$

   Sabiendo que $\lambda_1 = 2\lambda_2$ y usando el resultado anterior:

   $$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2\lambda_2 N_1}{\lambda_2 N_2} = 2 \cdot \frac{N_1}{N_2} = 2 \cdot e^{-\lambda_2 t}.$$

Por lo tanto, la relación entre las actividades es $\boldsymbol{\frac{A_1}{A_2} = 2 \cdot e^{-\lambda_2 t}}$.

b) **El tritio, con un periodo de semidesintegración de 12,33 años, se puede usar para analizar la antigüedad de vinos, ya que estos contienen agua. En el año 2023 se toma una muestra del vino hallado en una antigua bodega y se obtiene que la actividad de la muestra es $\boldsymbol{1,24 \cdot 10^{-3}}$ veces la inicial.**

i. **Calcule la constante radiactiva del tritio.**

La constante radiactiva se calcula mediante:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{12{,}33\,\text{años}} = 0{,}0562\,\text{años}^{-1}.$$

Por lo tanto, la constante radiactiva del tritio es $\boldsymbol{\lambda = 0{,}0562\,\text{años}^{-1}}$.

ii. **Determine el tiempo que ha estado embotellado el vino.**

La actividad decae según la ley:

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

Dado que $A = 1{,}24 \cdot 10^{-3} \cdot A_0$, entonces

$$e^{-\lambda t} = 1{,}24 \cdot 10^{-3}.$$

Tomando logaritmos naturales:

$$-\lambda t = \ln(1{,}24 \cdot 10^{-3}) \quad \Rightarrow \quad t = -\frac{\ln(1{,}24 \cdot 10^{-3})}{0{,}0562} = 119{,}05\,\text{años}.$$

Por lo tanto, el vino ha estado embotellado durante aproximadamente 119 años.

iii. **Justifique si es compatible de la datación radiactiva con la suposición de que el vino fue embotellado entre los años 1900 y 1935.**

Si en el año 2023 el vino tiene una antigüedad de 119 años, entonces:

$$2023 - 119 = 1904.$$

Dado que $1900 < 1904 < 1935$, la fecha estimada es compatible con la suposición.

Por lo tanto, la datación radiactiva es compatible, ya que el vino habría sido embotellado en 1904, dentro del rango 1900-1935.

Pregunta D. Opción 2. Física Moderna

a) **Una molécula de oxígeno y otra de nitrógeno tienen la misma energía cinética. Determine razonadamente la relación entre las longitudes de onda de estas dos moléculas sabiendo que la masa de la molécula de oxígeno es 1,14 veces mayor que la masa de la de nitrógeno.**

b) **En un microscopio electrónico se aplica una diferencia de potencial de 3000 V a electrones que inicialmente están en reposo. Determine razonablemente:**

   i. **La longitud de onda de De Broglie de los electrones.**

   ii. **La longitud de onda de De Broglie si la diferencia de potencial se reduce a 50 V.**

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ **J s;** $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ **C;** $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ **kg**

Solución:

a) **Una molécula de oxígeno y otra de nitrógeno tienen la misma energía cinética. Determine razonadamente la relación entre las longitudes de onda de estas dos moléculas sabiendo que la masa de la molécula de oxígeno es 1,14 veces mayor que la masa de la de nitrógeno.**

La energía cinética de una molécula es:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2.$$

Como $E_{c,O} = E_{c,N}$:

$$\frac{1}{2}m_O v_O^2 = \frac{1}{2}m_N v_N^2 \quad \Rightarrow \quad m_O v_O^2 = m_N v_N^2.$$

Sustituyendo $m_O = 1{,}14 \cdot m_N$:

$$1{,}14 \cdot m_N \cdot v_O^2 = m_N \cdot v_N^2 \quad \Rightarrow \quad 1{,}14 \cdot v_O^2 = v_N^2.$$

Despejamos la relación de las velocidades:

$$v_N = \sqrt{1{,}14} \cdot v_O.$$

La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{mv}.$$

Calculamos la relación entre las longitudes de onda:

$$\frac{\lambda_O}{\lambda_N} = \frac{\frac{h}{m_O v_O}}{\frac{h}{m_N v_N}} = \frac{m_N v_N}{m_O v_O}.$$

Sustituimos $m_O = 1{,}14 \cdot m_N$ y $v_N = \sqrt{1{,}14} \cdot v_O$:

$$\frac{\lambda_O}{\lambda_N} = \frac{m_N \cdot \sqrt{1{,}14} \cdot v_O}{1{,}14 \cdot m_N \cdot v_O} = \frac{\sqrt{1{,}14}}{1{,}14} = \frac{1}{\sqrt{1{,}14}}.$$

Calculamos el valor numérico:

$$\sqrt{1{,}14} = 1{,}067 \quad \Rightarrow \quad \frac{\lambda_O}{\lambda_N} = \frac{1}{1{,}067} = 0{,}937.$$

Por lo tanto, la longitud de onda de la molécula de oxígeno es aproximadamente el 93,7% de la del nitrógeno: $\boldsymbol{\lambda_O = \frac{1}{\sqrt{1{,}14}}\lambda_N}$.

b) **En un microscopio electrónico se aplica una diferencia de potencial de 3000 V a electrones que inicialmente están en reposo. Determine razonablemente:**

i. **La longitud de onda de De Broglie de los electrones.**

Los electrones son acelerados desde el reposo mediante una diferencia de potencial V, adquiriendo una energía cinética:

$$E_c = e \cdot V.$$

Esta energía cinética también es:

$$E_c = \frac{1}{2} m_e v^2.$$

Igualando ambas expresiones:

$$e \cdot V = \frac{1}{2} m_e v^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}}.$$

Calculamos la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 3000\,\mathrm{V}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 3{,}25 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m/s}.$$

Calculamos la longitud de onda de De Broglie:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 3{,}25 \cdot 10^{7}\,\mathrm{m/s}} = 2{,}24 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie de los electrones es $\boldsymbol{\lambda = 2{,}24 \cdot 10^{-11}}$ m.

ii. **La longitud de onda de De Broglie si la diferencia de potencial se reduce a 50 V.**

Repetimos el cálculo con $V = 50$ V:

$$v = \sqrt{\frac{2eV}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 50\,\mathrm{V}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}}} = 4{,}19 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}.$$

Calculamos la nueva longitud de onda:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 4{,}19 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}} = 1{,}74 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie con 50 V es $\boldsymbol{\lambda = 1{,}74 \cdot 10^{-10}}$ m.